ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ

Цель работы: экспериментальное исследование распределения Максвелла.

Литература: [4] гл. 3 §§ 3.1, 3.2; [7] гл. 2 §§ 2.6, 2.7; [19] гл. 2 §§ 2.2–2.3.

Приборы и принадлежности: электронная лампа – пентод 6П9, выпрямитель ВУП-2, выпрямитель ВС-24М, миллиамперметр, сопротивления (5 МОм, 200 Ом), вольтметр.

ВВЕДЕНИЕ

В замкнутом сосуде, наполненном газом, при температуре T устанавливается термодинамическое равновесие, которое характеризуется определенным распределением молекул по скоростям – распределением Максвелла. Среднее число молекул в единице объема $\overline{dn}$, скорость которых заключена между v и $v + dv$, равно произведению средней концентрации молекул идеального газа $\overline{n}$ на вероятность $dP(v)$ того, что скорость молекулы лежит в интервале $v \div v + dv$:

$$\overline{dn} = \overline{n}dP(v). \qquad (1)$$

В зависимости от выбранной системы координат вид функции $dP(v)$ различен. В декартовой системе:

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z; \qquad (2)$$

в цилиндрической системе координат

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m\left(v_r^2+v_z^2\right)}{2kT}} v_r dv_r dv_z d\varphi; \qquad (3)$$

в сферической системе координат

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \sin\theta dv d\theta d\varphi. \qquad (4)$$

Здесь С – нормировочная константа, остальные обозначения являются общепринятыми.

Интегрируя (4) по всем возможным значениям углов φ и θ, можно найти вероятность dP(v) того, что молекула имеет абсолютную величину скорости в интервале от v до v + dv:

$$dP(v) = 4\pi\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v^2} v^2 dv, \text{ где } \alpha = m/2kT. \qquad (5)$$

Функция F(v) = $\frac{dP(v)}{dv}$ обращается в нуль при v=0 и v→∞, имеет максимум при

$$v = v_0 = \alpha^{-1/2} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad (6)$$

(скорость v_0 называют наивероятнейшей).

Изучать функцию распределения F(v) удобно в так называемом приведенном виде, приняв в качестве переменной безразмерную величину $u = \frac{v}{v_0}$ (ее называют приведенной скоростью). Приведенная функция распределения имеет вид:

$$F(u) = \frac{dP(u)}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \qquad (7)$$

График этой функции изображен на рисунке 5.1.1. Максимум функции F(u) достигается при u=1, значение функции в максимуме равно $\frac{4}{e\sqrt{\pi}} \approx 0{,}83$.

Экспериментальная проверка распределения молекул по скоростям является одной из важнейших задач молекулярной физики. Существует несколько методов, прямых и косвенных, доказывающих справедливость этого закона. В лабораторной работе для исследования вида функции распределения по скоростям предлагается метод задерживающего потенциала.

Суть метода состоит в следующем. Известно, что электронный газ, который образуется в пространстве между катодом и управляющей сеткой электронной лампы вследствие термоэлектронной эмиссии, подчиняется статистике Максвелла. В многоэлектродной лампе типа пентода электронное облако из-за конструктивных особенностей лампы обладает осевой симметрией (катод, анод и сетки представляют собой коаксиальные цилиндры). Для описания статистических свойств электронного газа в этом случае удобно применять формулу (3).

Если электроны, вылетающие из облака, заставить проходить через задерживающее радиальное электрическое поле, то при некоторой разности потенциалов $U_З$ преодолеть влияние поля могут только те электроны, у которых радиальная составляющая скорости удовлетворяет условию

$$\frac{mv_r^2}{2} \geq eU_З,$$

где e – заряд электрона, v_r – радиальная составляющая скорости электрона.

Определим число электронов, пролетающих через тормозящее поле в единицу времени, и возникающий анодный ток.

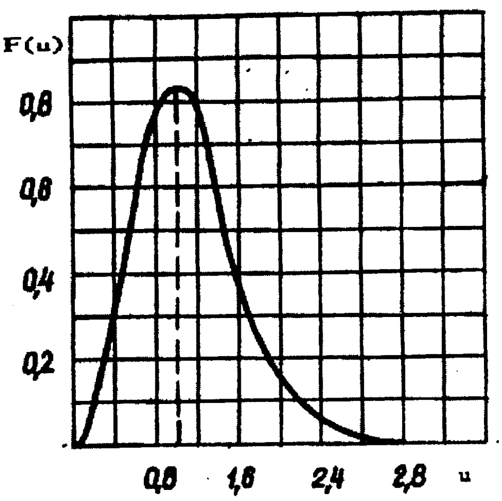

Рис. 5.1.1

Сначала, пользуясь формулами (1) и (3), определим число электронов, имеющих значение радиальной составляющей скорости в интервале от v_r до $v_r + dv_r$. Интегрируя (1) с учетом выражения (3) по азимутальному углу φ в пределах от 0 до 2π и по компоненте скорости v_z от $-\infty$ до $+\infty$, получим:

$$\overline{dn_{V_r}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \, \bar{n} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v_z^2} e^{-\alpha v_r^2} v_r \, dv_r = \bar{n} \, 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r dv_r .$$

Число электронов $\overline{\Delta n_{v_r}}$, проходящих через поверхность цилиндрического электрода в единицу времени, равно $v_r \overline{dn_{v_r}}$, т.е.

$$\overline{\Delta n_{v_r}} = \overline{n} 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r .$$

Наконец, число электронов $\overline{n_{v_r}}$, пролетающих в единицу времени через пространство с запирающим потенциалом U₃, определяется общим числом электронов, скорости которых превышают $v_r^0 = \sqrt{\frac{2eU_з}{m}}$:

$$\overline{n}_{v_r} = \int_{v_r^0}^{\infty} 2\pi \, \overline{n} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r . \qquad (8)$$

Из (8) видно, что общее число электронов, пролетающих в единицу времени через тормозящее поле, равно интегралу с переменным нижним пределом от выражения, совпадающего с точностью до постоянного множителя с распределением Максвелла (5).Число электронов, достигающих анода за единицу времени, определяет величину анодного тока: $I_a = e\overline{n}_{v_r}$.

Меняя значение задерживающей разности потенциалов, можно получить функцию $I_a = f\left(\sqrt{U_з}\right)$, производная которой по $\sqrt{U_з}$ представляет собой функцию, вид которой совпадает (с точностью до постоянного множителя) с распределением Максвелла по скоростям (5).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В работе распределение Максвелла проверяется на установке, электрическая схема которой приведена на рисунке 5.1.2. В качестве электронной лампы применяется пентод 6П9. Электронное облако образуется в пространстве катод–управляющая сетка, потенциалы которых практически одинаковы. Между сетками g_2 и g_1 с помощью выпрямителя ВС-24М создается тормозящее поле. Для более точной регулировки запирающего напряжения $U_з$ в цепь включен потенциометр $R_п$, на который подается напряжение 15 В с прибора ВС-24М после предварительной стабилизации.

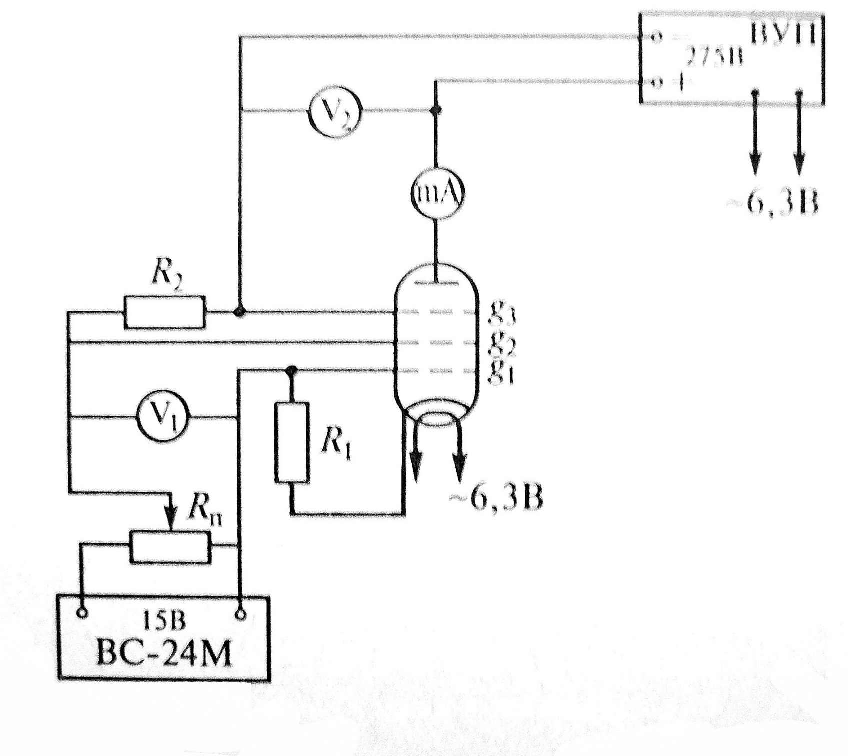

Рис. 5.1.2

Электроны, пролетающие пространство с тормозящим полем, проходят затем ускоряющее поле между анодом и последней сеткой g_3. Ускоряющая разность потенциалов создается выпрямителем (ВУП-2). Разность потенциалов между анодом и сеткой g_3 подбирается так, чтобы обеспечить в анодной цепи ток насыщения. При этом все электроны, скорость которых превышает v_r^0, попадают на анод. Между сетками g_2 и g_3 включен резистор R2, сопротивление утечки которого равно 5 МОм.

Электрическая схема включения пентода позволяет свести к минимуму влияние изменения разности потенциалов между сетками g_1 и g_2 на плотность электронов в околокатодном пространстве, а также взаимное влияние источников питания в анодной цепи и в цепи, где создается задерживающая разность потенциалов, что существенно при проверке закона распределения электронов по скоростям.

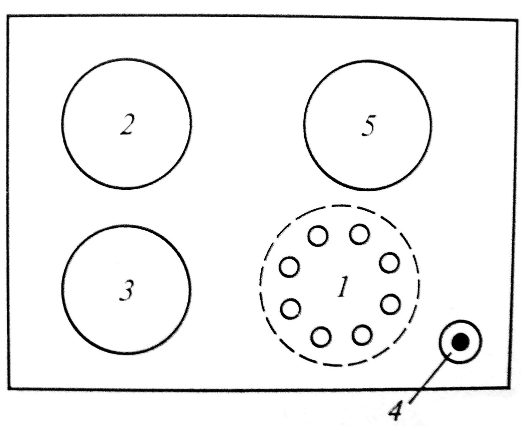

Рис. 5.1.3

На измерительном стенде расположены панель для установки лампы 1, миллиамперметр 2 для измерения анодного тока, вольтметр 3 для измерения запирающего напряжения, а в нижнем правом углу стенда расположена ручка 4 потенциометра для точной регулировки запирающего напряжения; вольтметр 5 предназначен для измерения анодного напряжения (рис. 5.1.3).

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение экспериментальной зависимости I_a от $\sqrt{U_з}$.

Соберите схему согласно рисунку 5.1.2.

При помощи ручки управления выпрямителя ВУП-2 установите анодное напряжение 275 В, обеспечивающее ток насыщения в анодной цепи.

Установите на вольтметре выпрямителя ВС-24М напряжение 15 В, которое подается на потенциометр.

При помощи ручки 4 изменяйте задерживающее напряжение $U_З$ от 0 до 10 В, причем в интервале от 0 до 3 В меняйте его через 0,2 В, в интервале от 3 до 10 В – через 0,5 В. Для каждого значения задерживающего потенциала фиксируйте анодный ток. Подобного рода измерения проведите три раза.

Результаты измерений занесите в таблицу и, определив средние значения анодного тока при каждом значении задерживающего потенциала, постройте график

$$I_a = f\left(\sqrt{U_з}\right) . \qquad (9)$$

Задание 2. Определение распределения термоэлектронов по скоростям.

Продифференцируйте экспериментальную функцию (9)

$$\frac{\partial I_a}{\partial\left(\sqrt{U_з}\right)} = f_1\left(\sqrt{U_з}\right) = \frac{\partial f\left(\sqrt{U_з}\right)}{\partial\left(\sqrt{U_з}\right)} , \qquad (10)$$

которая с точностью до постоянного множителя должна совпадать с функцией распределения Максвелла (10). Дифференцирование производится или графически, или на компьютере с помощью специальной программы.

При графическом дифференцировании функции рекомендуется следующий порядок действий.

1. Определите абсциссу точки перегиба графика $(\sqrt{U_3})_0$ и значение производной в точке перегиба f_{10}.

2. Найдите значения производной f_1 еще примерно в 10 точках графика.

3. Произведите нормировку переменных экспериментальной функции f_1 как по оси абсцисс, так и по оси ординат. Цель этой нормировки – добиться того, чтобы полученная в эксперименте функция f_1 и приведенная функция Максвелла F(u) совпадали в точке максимума. Для этого рассчитайте нормировочные коэффициенты K_x и K_y следующим образом:

$$K_X = \frac{1}{\left(\sqrt{U_{\square}}\right)_0}, \quad K_Y = \frac{0,83}{f_{10}} .$$

Результаты представьте в виде таблицы.

Постройте график нормированной функции, откладывая по оси абсцисс величину $K_X \cdot \sqrt{U_{\square}}$, а по оси ординат – $K_Y \cdot f_1$.

4. Для сравнения с теоретической кривой распределения Максвелла постройте в тех же координатных осях функцию F(u) с помощью табл. 1. Точки максимума этих двух графиков должны совпадать.

Таблица 1. Значения приведенной функции Максвелла

u	F(u)	u	F(u)	u	F(u)
0.2	0.087	1.0	0.830	1.8	0.286
0.4	0.308	1.2	0.770	2.0	0.166
0.6	0.567	1.4	0.623	2.2	0.086
0.8	0.762	1.6	0.447	2.4	0.041

Таблица 2. Интегралы от приведенной функции Максвелла $I(u) = \int_u^{\infty} f(u)\,du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} u^2 e^{-u^2} du$

u	$I(u)$	***u***	$I(u)$
0,1	0,9992	1,1	0,4900
0,2	0,9941	1,2	0,4105
0,3	0,9807	1,3	0,3370
0,4	0,9582	1,4	0,2702
0,5	0,9190	1,5	0,2123
0,6	0,8685	1,6	0,1632

0,7	0,8061	1.7	0,1230
0,8	0,7340	1,8	0,0905
0,9	0,6550	1,9	0,0602
1,0	0,5724	2,0	0,0460

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПК

Как было сказано выше, для дифференцирования функции могут быть использованы специальные программы: Maxima и её интерфейс wxMaxima, MicroOrigin, Derive. Возможно использование любых других математических пакетов.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Изобразите графики функции распределения Максвелла по *x*-компонентам скоростей $F(u)=\frac{dP(v_x)}{dv_x}$ для двух разных температур.
2. Чему равны среднее значение скорости, среднее значение квадрата скорости, значение наиболее вероятной скорости для молекул идеального газа?
3. Получите формулу (7) для приведенной функции Максвелла.
4. Каких частиц в равновесной системе больше: со скоростями, большими наиболее вероятной скорости v_0, или меньшими v_0?
5. Как изменяется вид графиков функции Максвелла F(v) при изменении температуры, при изменении массы частиц? Меняется ли при этих условиях вид графиков приведенной функции F(u)?