

## Лабораторная работа № 1.10<sup>1)</sup>

### Изучение свободных колебаний физического маятника

#### Введение

Свободные колебания реального маятника являются затухающими, так как энергия, сообщенная системе, постепенно расходуется на преодоление сил трения. Закон убывания амплитуды зависит от характера сил трения, действующих на маятник.

В данном эксперименте силу сопротивления и, следовательно, тормозящий момент  $M_{тр}$  можно считать пропорциональными скорости, т. е.  $M_{тр} = -r_{mp} \frac{d\varphi}{dt}$ , где  $r_{mp}$  – коэффициент трения,  $\varphi$  – угловое перемещение маятника.

Уравнение движения для малых колебаний маятника имеет в этом случае вид:

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -r_{mp} \frac{d\varphi}{dt} - mgl\varphi$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\beta = r_{mp}/2I_z$  – коэффициент затухания,  $\omega_0 = \sqrt{mgl/I_z}$  – собственная угловая частота колебаний маятника,  $m$  – масса маятника,  $I_z$  – момент инерции маятника относительно оси вращения,  $l$  – расстояние от центра масс маятника до оси вращения  $Z$ .

Решение уравнения (1) для случая  $\beta^2 < \omega_0^2$  (малое сопротивление среды) имеет вид:

$$\varphi(t) = \varphi_m \cos(\omega t + \gamma), \quad (2)$$

$$\varphi_m = \varphi_{m_0} e^{-\beta t}, \quad (2a)$$

где  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  — угловая частота свободных колебаний, а  $\varphi_{m_0}$ ,  $\gamma$  — соответственно начальные амплитуды и фаза колебаний.

Наряду с коэффициентом затухания  $\beta$  при анализе колебательных систем широко используется понятие добротности системы. Добротность характеризует относительную убыль энергии колебаний за период [1]:

$$Q = 2\pi \frac{E}{A_{тр}} = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_1}{2\beta}, \quad (3)$$

где  $E$  – полный запас энергии системы,  $A_{тр}$  – работа против сил трения за период колебаний,  $\delta$  – логарифмический декремент затухания. При малых колебаниях с небольшим трением ( $\beta \ll \omega_0$ )  $\omega_1 \approx \omega_0$ , и выражение для добротности принимает вид:

<sup>1)</sup> Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н., Васильевой И.А. и Коротаевой Е.А.

$$Q = \frac{\omega_1}{2\beta} \approx \frac{\omega_0}{2\beta}, \quad (4)$$

В работе определяется добротность физического маятника. Как следует из (4), для вычисления добротности необходимо определить коэффициент затухания  $\beta$  и угловую частоту свободных колебаний маятника.

### Экспериментальные задачи, поставленные в работе:

- изучение свободных колебаний физического маятника;
- определение добротности физического маятника;
- определение абсолютной и относительной ошибок косвенных измерений.

### Описание экспериментальной установки

Маятник представляет (рис. 10.1) собой стержень с грузом на нижнем конце, подвешенный с помощью двух игольчатых опор на специальном кронштейне. Маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Зеркальце, расположенное на верхнем конце маятника, отражает падающий на него от осветителя свет (“зайчик”) на шкалу. Перемещения “зайчика” по шкале следуют за колебаниями маятника: расстояние  $d$ , на которое смещается “зайчик” по измерительной шкале от нулевого положения равно:

$$d(t) = L \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

где  $L$  – расстояние от зеркала до шкалы,  $\varphi(t)$  – угловое смещение маятника.

Для увеличения затухания к стержню маятника прикрепляется металлическая пластина. Располагая пластину под разными углами по отношению к плоскости колебаний маятника, можно изменить затухание и добротность системы в несколько раз.

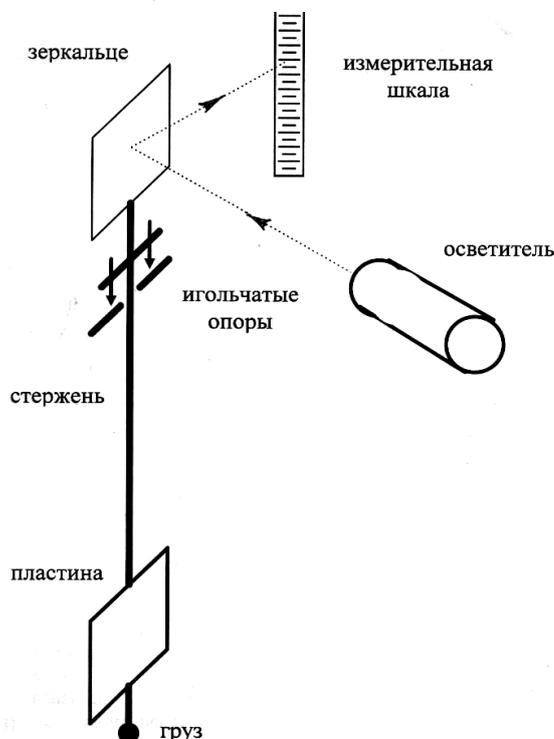


Рис. 10.1.

### Подготовка протокола к работе

*(Выполняется во внеаудиторное время при подготовке к занятию)*

Запишите в лабораторной тетради номер и название работы.

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 1. Определение параметров маятника при малом затухании**».

Запишите формулы, используемые при выполнении **Задания 1** с расшифровкой буквенных обозначений, и табл. 1 и 2 для записи результатов измерений.

Выведите формулу для вычисления относительной ошибки определения коэффициента затухания  $\varepsilon_\beta$  (см. примеры в **В4** [5]).

Табл. 1

$N$	$t_i, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$\omega_{1.1}, \text{с}^{-1}$	$\bar{\omega}_{1.1}, \text{с}$

Табл. 2

$k_i$	15	13	11	9	7	5	3
$t_i$	0						
$k_{15}/k_i$							
$\ln(k_{15}/k_i)$							
$\beta_1 = \text{---} \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_\beta = \text{---} \%$		$\omega_{01} = \text{---} \text{с}^{-1}$		$Q_1 = \text{---}$		

Подготовьте два листа миллиметровки для построения графиков и ознакомьтесь с правилами их построения в **В7** [5] и в разделе *Построение графика в лабораторной работе № 1.2*.

Запишите в тетради заголовок: «*Задание 2. Определение характеристик маятника с тормозящей пластиной*».

Запишите формулы, используемые при выполнении *Задания 2* с расшифровкой буквенных обозначений, и табл. 3 и 4 для записи результатов измерений.

Табл. 3

$N$	$t_i, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$\omega_{1.2}, \text{с}^{-1}$	$\bar{\omega}_{1.2}, \text{с}$

Табл. 4

$k_i$	15	13	11	9	7	5	3
$t_i$	0						
$k_{15}/k_i$							
$\ln(k_{15}/k_i)$							
$\beta_2 = \text{---} \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_\beta = \text{---} \%$		$\omega_{02} = \text{---} \text{с}^{-1}$		$Q_2 = \text{---}$		

Подготовьте два листа миллиметровки для построения графиков и ознакомьтесь с правилами их построения в **В7** [5] и в разделе *Построение графика в лабораторной работе № 1.2*.

## Измерения и обработка результатов

### Задание 1

Сначала определяется угловая частота свободных колебаний маятника с металлической пластиной, повернутой параллельно плоскости колебания

маятника, -  $\omega_{11}$ . Для этого измеряется время  $N=20$  полных колебаний маятника. Начальное отклонение “зайчика” рекомендуется выбрать равным 17 делениям шкалы –  $k_{17}$ . Угловая частота вычисляется по формуле:  $\omega_{11} = 2\pi N/t$ , где  $N$  – число полных колебаний,  $t$  – время  $N$  полных колебаний. Результаты трех измерений и вычислений заносятся в табл. 1.

Коэффициент затухания  $\beta_1$  определяется из графика зависимости амплитуды колебаний от времени. Начальное отклонение маятника составляет 17 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний становится равной 15 делениям шкалы, после чего фиксируют показания секундомера, когда амплитуда принимает значение в первом измерении 13, в последующих: 11, 9, 7 5 и 3 делений шкалы и эти данные заносятся в табл. 2.

Используя формулу (5) и учитывая конфигурацию установки (рис. 10.1), можно показать, что угол  $\varphi$ , расстояние  $d$  и деления измерительной шкалы  $k$  пропорциональны друг другу:  $\varphi_{mi} \sim d_i \sim k_i$ . Кроме того, в эксперименте непосредственно измеряются либо фиксируются величины  $t_i$  и  $k_i$ . Поэтому рекомендуется строить зависимости  $\varphi_m(t)$  и  $\ln\varphi_m(t)$  в координатах  $\{t, \frac{k_{15}}{k_i}\}$  и  $\{t, \ln(\frac{k_{15}}{k_i})\}$  (см. **В7** в [5]), соответственно.

Проведите соответствующие вычисления (см. табл. 2) и постройте графики зависимостей  $[\frac{k_{15}}{k_i}](t)$  и  $[\ln(\frac{k_{15}}{k_i})](t)$  для маятника с малым затуханием. В выбранных координатах в первом случае точки должны располагаться на экспоненте, во втором – вдоль прямой с тангенсом угла наклона, численно равным  $\beta_1$ . Это является результатом функциональной зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени (2).

Вычислите  $\beta_1$ ,  $\varepsilon_\beta$ ,  $\omega_{01}$  и  $Q_1$ . Внесите результаты вычислений в табл. 2.

## ***Задание 2***

Установите тормозящую пластину на маятник перпендикулярно плоскости качания маятника. Проведите все необходимые измерения, вычисления и построения графиков в последовательности и по методике **Задания 1**. Данные измерений и вычислений внесите в табл. 3 и 4.

Сравните полученные в двух заданиях значения собственных угловых частот  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$  и объясните полученный результат.

### **Рекомендуемая литература:**

1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.6, гл. 6.
2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (11-е изд., 2013), гл. VI §6.3.
3. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 8 §8.1–8.6, 8,9.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. VI §39-41.

5. Введение в физический практикум.

### ***Примерные контрольные вопросы***

1. Что называется свободными колебаниями маятника? Как сдвинуты по фазе перемещение и скорость точки при свободных колебаниях?

2. Что называется временем релаксации затухающего маятника? Как оно связано с коэффициентом затухания?

3. Что такое декремент затухания, логарифмический декремент затухания? Объясните их физический смысл.

4. Дайте определение добротности маятника. Как она связана с коэффициентом затухания?

5. Зависит ли частота собственных колебаний тела от его массы?

6. С какой точностью в каждом эксперименте можно определить собственную частоту колебаний маятника?

7. Укажите положительные стороны и недостатки зеркального метода отсчета, использованного в работе.

8. Можно ли по данным эксперимента проверить линейность зависимости момента сил трения от угловой скорости движения маятника?

9. Объясните, как по результатам построения графиков находят  $\beta$ .

10. Запишите уравнение затухающих колебаний и получите его решение. По какому закону убывает энергия затухающих колебаний?

11. Покажите, что из (2а) и примеров в В4 [5] следует, что для относительной ошибки определения коэффициента затухания  $\varepsilon_\beta$  для  $k_i$  – измерения, можно записать:

$$\varepsilon_\beta(k_i) = \varepsilon_{t_i} / \ln(k_{15}/k_i).$$