

Лабораторная работа № 1.12¹⁾

Измерение частот собственных колебаний струны методом резонанса

Введение

В гибкой, натянутой однородной струне, выведенной из положения равновесия, возникает сложное колебание, которое может быть представлено как наложение многих нормальных или собственных колебаний, отличающихся своими частотами. Стационарная картина колебаний может наблюдаться, если возмущение в струне вызывается внешней периодической (гармонической) силой. Смещение частиц струны под действием этой силы перпендикулярно к самой струне. Возникшее возмущение вызывает появление поперечной волны, распространяющейся по струне в обе стороны, и при определенных условиях в струне возникают поперечные стоячие волны – явление, называемое резонансом струны.

На закрепленных концах струны всегда должны быть узлы смещения, так что поперечные стоячие волны, возникающие при собственных колебаниях струны, должны удовлетворять следующим условиям:

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{или} \quad v_n = \frac{n \cdot u}{2l} \quad (1)$$

где l – длина струны, λ_n и v_n – длина волны и частота собственного колебания, u – скорость распространения упругой деформации в струне, n – целое число.

Пусть в струне распространяется монохроматическая волна со скоростью u , причем амплитуда A мала по сравнению с длиной волны: $A \ll \lambda$. Перейдем в новую систему отсчета, движущуюся вдоль струны со скоростью, равной скорости волны u и направленной в ту же сторону. Эта система отсчета также является инерциальной и, следовательно, в ней справедливы законы Ньютона.

Рассмотрим в этой системе отсчета элемент струны длины Δl , которая много меньше длины волны λ , в тот момент, когда он находится на гребне синусоиды (рис. 14.1). Применим к этому элементу второй закон Ньютона. Поскольку рассматривается поперечная волна, в которой смещения элементов струны перпендикулярны направлению распространения волны, то горизонтальная составляющая силы натяжения \vec{F} постоянно вдоль всей струны. Так как длина рассматриваемого участка $\Delta l \ll \lambda$, то направления сил натяжения, действующих на выделенный элемент, почти горизонтальны, а их модуль можно считать равным F . Равнодействующая этих

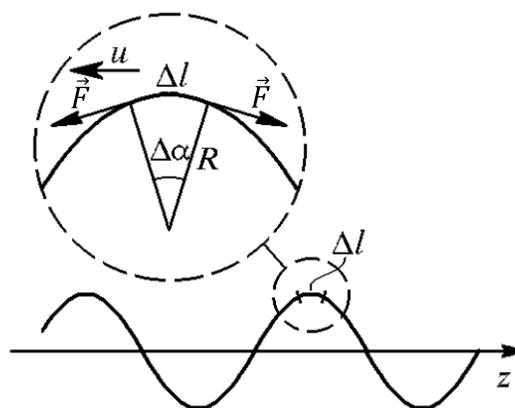


Рис. 12.1.

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н., Васильевой И.А. и Коротаевой Е.А.

сил направлена вниз и равна $F \cdot \Delta\alpha$. Скорость рассматриваемого элемента в выбранной системе отсчета равна u , а малый участок его синусоидальной траектории вблизи горба можно считать дугой окружности радиуса R . Поэтому ускорение этого элемента струны направлено вниз и равно u^2/R . Массу элемента струны можно представить в виде $\rho S \Delta l$, где ρ – плотность материала струны, а S – площадь сечения, которые ввиду малости деформаций при распространении волны можно считать такими же, как и в отсутствии волны.

В этом случае второй закон Ньютона будет иметь вид:

$$F \Delta\alpha = \rho S \Delta l \frac{u^2}{R}.$$

Учитывая, что длина дуги $\Delta l = R \cdot \Delta\alpha$, получаем:

$$u = \sqrt{\frac{F}{S\rho}}. \quad (2)$$

Из этого следует, что скорость распространения упругой деформации в струне не зависит от частоты собственного колебания и определяется плотностью материала струны ρ и ее натяжением, которое зависит от величины приложенного к струне механического напряжения $\sigma = F/S$

С учетом (2) из (1) получим:

$$v_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{S\rho}}. \quad (3)$$

Соотношение (3) позволяет экспериментально определить плотность материала струны, так как входящие в нее величины v_n , n , F , S могут быть измерены. В работе собственные частоты колебаний струны определяются методом резонанса.

Экспериментальные задачи, поставленные в работе:

- изучение поперечных волн в струне;
- измерение собственных частот поперечных колебаний струны;
- расчет плотности материала струны;
- вычисление скорости распространения упругих колебаний в струне.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки дана на рис. 12.2. Сила натяжения струны A регулируется грузами B . Вынужденные колебания в струне возбуждаются вибратором C , частота колебаний которого определяется звуковым генератором. Амплитуда вынужденных колебаний струны максимальна при резонансе, то есть при совпадении собственной частоты и частоты вынуждающей силы.

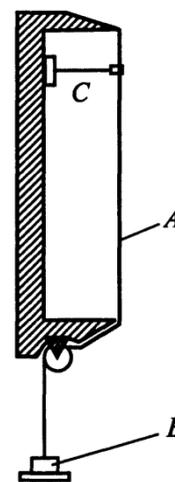


Рис. 12.2.

Подготовка протокола к работе

(Выполняется во внеаудиторное время при подготовке к занятию)

Запишите в лабораторной тетради номер и название работы.

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 1. Измерение резонансной частоты колебаний струны в зависимости от силы ее натяжения**».

Запишите в тетради формулы, позволяющие объяснить зависимость резонансной частоты струны от силы ее натяжения.

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 2. Определение плотности материала струны**».

Запишите в тетради формулы, позволяющие объяснить графический метод определения плотности материала струны ρ (см. также В7 в [4]). Получите формулу для вычисления относительной ошибки ε_ρ определения ρ (см. В4 в [4]).

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 3. Определение скорости распространения колебаний в струне**».

Запишите в тетради формулы, позволяющие определить скорость распространения упругих колебаний в струне. Получите формулу для вычисления относительной ошибки ε_u определения u (см. В4 в [4]).

Подготовьте табл. 1 для записи результатов измерений и вычислений **Заданий 1 – 3**.

Табл. 1

| $l = \underline{\hspace{1cm}}$ м | $d = \underline{\hspace{1cm}}$ мм | $S = \underline{\hspace{1cm}}$ мм ² | $\rho = \underline{\hspace{1cm}}$ кг/м ³ | $\varepsilon_\rho = \underline{\hspace{1cm}}$ % |
|--|-----------------------------------|--|---|---|
| F , Н | 10 | 15 | 20 | 25 |
| ν , Гц | | | | |
| $u_1 = \nu/2l$, м/с | | | | |
| $u_2 = \nu/l$, м/с | | | | |
| $u_3 = 3\nu/2l$, м/с | | | | |
| $u_4 = 2\nu/l$, м/с | | | | |
| $\varepsilon_u = \underline{\hspace{1cm}}$ % | | | | |

Измерения и обработка результатов

Задание 1

Измерьте длину l и диаметр d струны. Измерьте частоты собственных колебаний струны для $n = 1, 2, 3, 4$ при $F = 10, 15, 20, 25$ Н. Постройте график зависимости $(\nu_n/n)^2$ от F (на графике результаты, соответствующие различным n , обозначьте по-разному). Результаты измерений F, ν, l, d, n и вычислений $(\nu_n/n)^2$ и S внесите в табл. 1.

Задание 2

Пользуясь графиком, вычислите плотность струны ρ и внесите в табл. 1. Вычислите относительную ошибку измерения ρ в эксперименте.

Задание 3

Вычислите скорость распространения упругих колебаний в струне при различных значениях силы натяжения, внесите в табл. 1 и постройте график $v^2=f(F)$. Вычислите относительную ошибку измерения v в эксперименте для наиболее точных, по Вашему мнению, результатов.

Рекомендуемая литература

1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика. (2001), гл.11.
2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), гл.XV, §144-145.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. X, § 84.
4. Введение в физический практикум.

Примерные контрольные вопросы

1. Выведите уравнение стоячей волны, возникающей в струне.
2. Начертите графики смещения точек в стоячей волне в струне при $n = 2$ и для двух моментов времени, отличающихся на $T/4$, и укажите на них положение узлов и пучностей скорости, деформации, кинетической и потенциальной энергии.
3. Как отличаются амплитуды колебаний точек струны, соответствующие различным значениям n при неизменной силе натяжения? Почему?
4. Почему результаты измерений целесообразно привести в виде графика $(v_n/n)^2=f(F)$?
5. Почему вибратор, создающий вынужденные колебания струны целесообразно помещать вблизи закрепленного конца струны?
6. Систематическая или случайная ошибка определяет точность проведенных Вами измерений?